

# 物理研究班通信

第 283 号

令和 8 年度 5 月例会 (R8.5.16)

村尾, 白川, 沢田, 白幡, 鶴町, 高橋, 荻谷,  
野田, 小谷, 佐藤, 石井, 川田, 本田

## この力は何力? <白川 達章>

加速度系の中でのヘリウムを入れた風船の動きが, 今年の共通テストの題材となった。同様な状況については, 広島大学が 2024 年度入試で出題していた。

力のつり合いについて, 大学側の発表した解答を「翻訳」すると, 鉛直成分については,

$$\rho_0 V g = \rho V g + T \cos \phi$$

(浮力) = (ヘリウムの重力) + (張力鉛直成分)

となるが, 水平成分は,

$$\rho_0 V a = \rho V a + T \sin \phi$$

(??? ) = (ヘリウムの慣性力) + (張力水平成分)

で, 左辺の力については, 教科書レベルではそれらしい記述がなく, どう説明しようかと困っていた。当日の参加者に相談したところ, 2つのアイデアをいただいた。

### ① 水平方向の「浮力」

重力場に対して浮力が存在するのと同様, 慣性力に対しても「浮力」的な力を考える。

### ② 「見かけの浮力」の水平成分

重力場において, 重力とは逆向きに浮力が作用するように,

(重力) + (慣性力) = (見かけの重力)

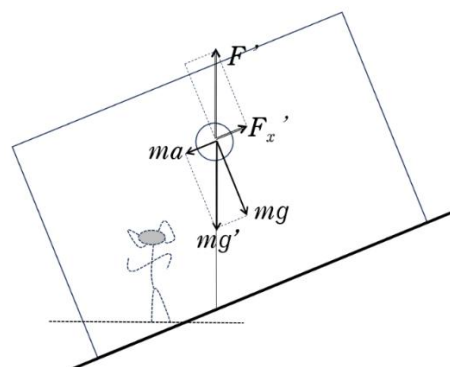
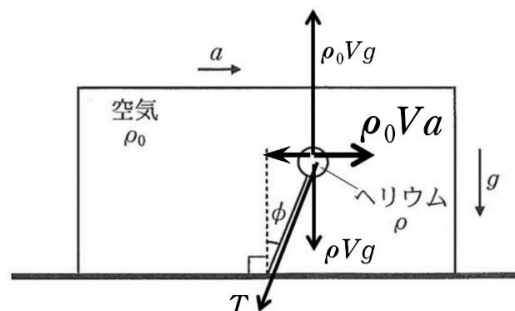
に対しても, それとは逆向きに「見かけの浮力」が発生し, その水平成分が  $\rho_0 V a$  であると考え。

なお, 生徒に具体的なイメージを抱かせるために, 下記の URL の動画がお勧めである。

「考えるガラス」NHK for School

[https://edu.web.nhk/school/watch/bangumi/?das\\_id=D0005110303\\_00000](https://edu.web.nhk/school/watch/bangumi/?das_id=D0005110303_00000)

[https://edu.web.nhk/school/watch/bangumi/?das\\_id=D0005110312\\_00000](https://edu.web.nhk/school/watch/bangumi/?das_id=D0005110312_00000)



## ラジエーションかるた <沢田 功>

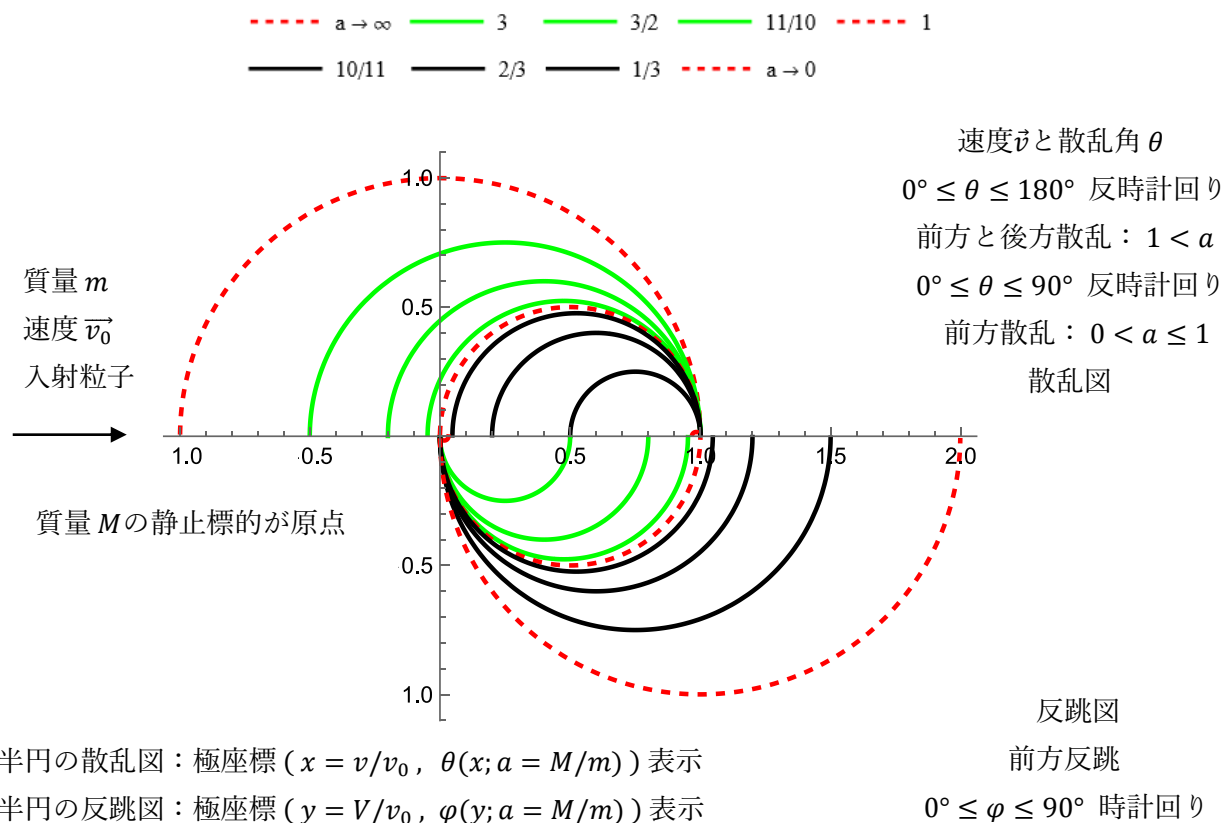
勤務する診療放射線学科内にラジエーション愛好会を立ち上げ、ラジエーションかるたを現在、作成している。完成後には県下の高校に配布する予定であり、ご協力を賜りたい。

## 静止標的への 2d弾性衝突:実験の再現と予想ができる散乱図と反跳図 <沢田 功>

質量  $m$ 、速度  $\vec{v}_0$  の入射粒子を質量  $M$  の静止標的に弾性散乱させ、入射粒子は速度  $\vec{v}$  と散乱角  $\theta$  で散乱され、標的は速度  $\vec{V}$  と反跳角  $\phi$  で弾き飛ばされるとする。質量比  $a = M/m$  として、散乱の速さ比  $x = v/v_0$  は  $|(1-a)/(1+a)| \leq x \leq 1$  となる。また、反跳の速さ比  $y = V/v_0$  は  $0 \leq y \leq 2/(1+a)$  となる。 $0 < a \leq 1$  では前方散乱を示す  $0 \leq \theta \leq \theta_{max}$  に最大値  $\theta_{max} = \cos^{-1} \sqrt{1-a^2} = \sin^{-1} a$  が存在し、 $1 < a$  では後方散乱も加わって  $0 \leq \theta \leq \pi$  となる。一方、標的は常に前へ弾かれるため  $0 \leq \phi \leq \pi/2$  となる。散乱角  $\theta$  と反跳角  $\phi$  は次式で書ける。

$$\cos \theta(x; a) = \frac{1-a}{2} \frac{1}{x} + \frac{1+a}{2} x, \quad \cos \varphi(y; a) = \frac{1+a}{2} y$$

しかし、これらの式で問題が解けているとはいえ、実験の再現や実験の予想がしにくい。そこで、弾性衝突がすぐに目に浮かぶように、極座標解析する。つまり、静止標的を原点として、そこからの距離を散乱の速さ比  $x = v/v_0$  や反跳の速さ比  $y = V/v_0$  に設定する。これらの式を極方程式と捉えて、作図しようという訳だ。その答えは、なんと、円であった。



まず、質量比  $a = M/m \rightarrow \infty$  を考える。これは原点にある静止標的の質量が無量大であるので、入射粒子はあらゆる角度で跳ね返ってしまう。標的はびくともしないのだから、散乱の速さは入射の速さと同じである。つまり、運動エネルギー保存則から半径が1の半円を描くことになる。一方、標的は静止したままであるので厳密には下半円は無限小の半径になるのだが、この図には原点周辺に小さな半径の下半円を比較のために描いている。

次に、緑色の線の一つ、質量比  $a = M/m = 3$  を説明する。散乱図の上半円の中心は(0.25, 0)で半径が0.75、反跳図の下半円の中心は同じ(0.25, 0)で半径が0.25である。入射粒子が完全に反対方向に跳ね返る後方散乱の  $\theta = 180^\circ$  では、図より散乱の速さ比  $x = v/v_0 = 0.5$  である。弾性衝突であるので運動エネルギー保存則は次式で表されている。

$$1 = x^2 + ay^2$$

この式から今の場合には、反跳の速さ比は  $y = V/v_0 = 0.5$  となる。この計算がひと手間になるが、散乱と反跳をつなぐ重要な式である。反跳図の下半円で原点からの距離が0.5なのは、図より反跳角  $\varphi = 0^\circ$  となり、作用反作用の法則からもそうなることが理解できる。

ならば、散乱角が  $\theta = 90^\circ$  の時はどうか？図より散乱の速さ比は  $x = v/v_0 = 0.7$  ぐらいで、実は最後に

示す半円の式より  $x = v/v_0 = \sqrt{2}/2 = 0.707\dots$  と一致している。この場合には、エネルギー保存則の上式より、反跳の速さ比が  $y = V/v_0 = \sqrt{6}/6 = 0.408\dots$  となる。反跳図の下半円で原点からこの距離にある角度を「鉛筆と定規と分度器」で求めてみると、反跳角は約  $\varphi = 36^\circ$  となった。初めの式、 $\cos \varphi (y = \sqrt{6}/6; a = 3) = ((1+3)/2)(\sqrt{6}/6) = \sqrt{6}/3$  から反跳角を逆算すると、電卓で  $\varphi = 35.2\dots^\circ$  となったので、作図は本当に便利である。

このように、いろんな質量比  $a = M/m$  での散乱図と反跳図の半円を使えば、さまざまな実験の再現や実験の予想が格段としやすくなる。散乱図と反跳図は以下の式で表現できる。

$$\left(x \cos \theta - \frac{1}{1+a}\right)^2 + (x \sin \theta)^2 = \left(\frac{a}{1+a}\right)^2$$

$$\left(y \cos \varphi - \frac{1}{1+a}\right)^2 + (y \sin \varphi)^2 = \left(\frac{1}{1+a}\right)^2$$

散乱図と反跳図を普及させたい。

### 実験で導く写像公式 <本田 一恵>

高松第一高校では特別理科コースの2年生を対象に英国研修を実施している。例会では、この3月に引率した際、仕入れた物理ネタをいくつか紹介した。中でもケンブリッジ大学キャベンディッシュ研究所の中心拠点である「レイ・ドルビー・センター」では、アウトリーチ担当の Jacob B. Butler さんによる、写像公式を導く生徒実験を行った。

<実験方法>

①光源、ピンホール、凸レンズ、鏡をこの順で設置し、ピンホールから出た光が元の位置に戻ってくるようレンズの位置を調整することで、レンズの正確な焦点距離  $f$  を記録する。(私の実験では 13.5cm)

②光源、コルク(物体)、凸レンズ、スクリーンをこの順で設置し、像とレンズの距離  $a$  を変えながら、像が鮮明に見えた時のレンズとスクリーンの距離  $b$  を測定する。

<データ処理>

横軸が  $\frac{1}{a}$ 、縦軸が  $\frac{1}{b}$  のグラフを手書きする。

(参考：右のグラフは、私が学校に戻って実験した結果)

<公式導出までの誘導>

Q. グラフの傾き=\_\_\_\_\_ A. -1.09

Q. グラフの切片=\_\_\_\_\_ A.  $7.06 \times 10^{-2} \text{cm}^{-1}$

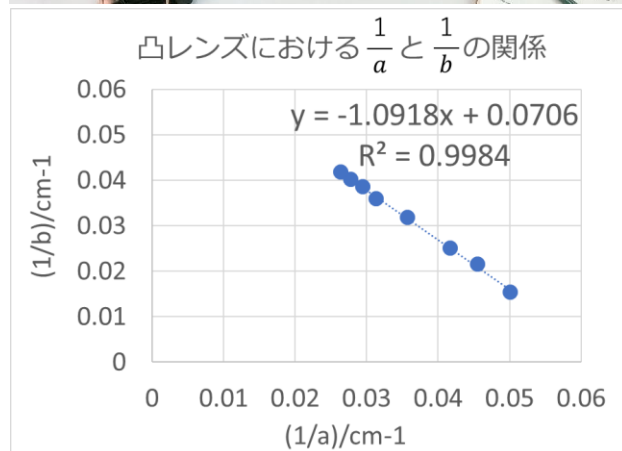
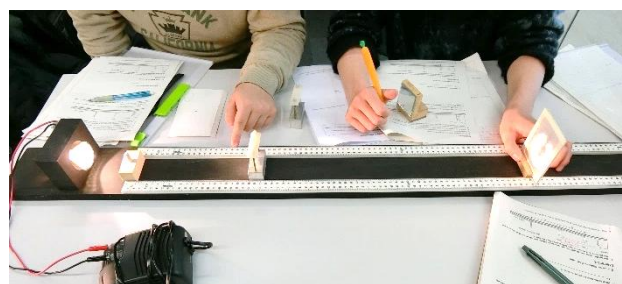
Q.  $\frac{1}{\text{切片}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$  A. 14.2cm

Q. What do you notice about this last value?

A. 焦点距離  $f$  だ!

(私の実験結果からはあまり言えませんが、イギリスで実験した際はクラスのほとんどのチームが、ほぼ焦点距離になったので、数字をただで気付けていました。)

Q. Can you put together an equation relating  $1/a$ ,  $1/b$  and the intercept? A.  $\frac{1}{b} = -\frac{1}{a} + \frac{1}{f}$



ケンブリッジの美しい街並み

写像公式は幾何学的に教えるのみで、実験を通じて導くことは考えたこともなかった。ワークシートに沿って作業をした生徒は、 $abf$  の関係を自分で見つけた実感を持っていたため、優れた教材だと思う。

## 1. 変位波マイクロホンの製作

前回、イヤホンを圧力マイクとして用いて気柱共鳴の実験を行った。今回はイヤホンを用いて変位波マイクを作製したので報告する。また、それを用いて再度気柱共鳴の実験を行った。イヤホンを変位波マイク（速度マイク）とするには塞がれた後部に穴を開ければ良いと思い試みたが硬質塩ビが硬くて穴を開けられなかった。しかし、その際、イヤホン後部が割れて内部が露出したので、イヤホン前部と 3 mm 程離して細いビニールテープ 2 本で留め変位波マイクとした（図 1）。

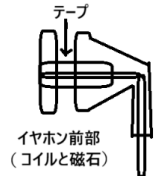


図 1 変位波マイク

その後、イヤホン後部の硬質塩ビにはんだごて先端を押し付けると穴が開くことが分かったので、直径 1 mm 程の穴を 3 か所開けて速度マイクを作った。図 2 の写真はそれを配線カバー下部の先端に付けたものである。最初は図 1 のイヤホンを用いて測定したが、以下は図 2 の装置による再測定値である。

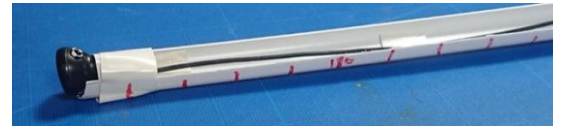


図 2 プラ板に付けた穴開きイヤホン

## 2. 変位波マイクの振動数特性

イヤホンがマイクロホンになるのは、前面のコイルが固定磁石の磁場を横切るためである。イヤホン後部に穴を開けるとコイルが空気とともに動くので、その速度と電磁誘導の起電力が比例する。単振動の最大速度は振幅（変位）に比例するので、変位波マイクとなる。この変位波マイクの振動数特性を調べてみた。

イヤホンをスピーカーの前 5 cm に置き、イヤホンの出力電圧を 300 倍増幅して PC のマイク入力に入れて波形表示<sup>1)</sup>（自作ソフト）で表示波形の振幅を読み取った。振動数を変えながら測定した結果が図 3 である。低音では感度大であるが、800 Hz 以上ではほぼ一定になっている。ただし、イヤホン後部の穴のあけ方で特性が少し変わるかも知れない。スピーカーの音は全振動数でほぼ同じ大きさに聞こえていた。スピーカーの音源は音作成<sup>1)</sup>（自作ソフト）で作成した音を増幅して用いた。

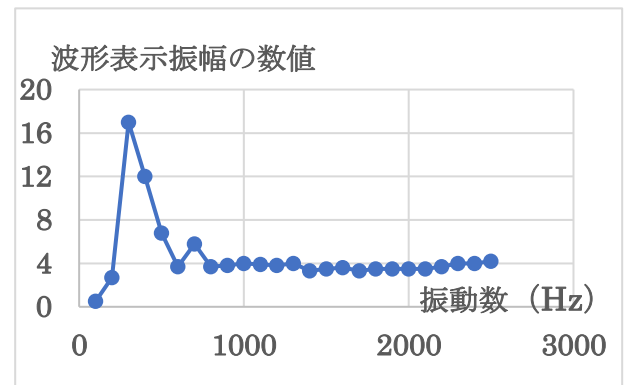


図 3 変位波マイクの振動数特性

300 倍増幅回路はオペアンプ NJU706D を用いて作製した。普通のイヤホン（圧力マイク）と比べるとこのイヤホン（速度マイク）が拾う音波形の振幅はほぼ 2 倍になっていた。

## 3. 紙筒内の音速の測定

長さ 25 cm の紙筒を用いて気柱共鳴の実験を行うが、その内部での音速が必要なので測定した。筒の一端を紙で閉じ、他の開端前方からスピーカーで 0.1 ms 幅のパルス音を出す。紙筒入口にイヤホンマイクを置き音を拾うと図 4 の波形が得られた。筒入り口での音と筒底で反射した音であり、その時間間隔は 1.45 ms と読み取れるので、紙筒内の音速は  $v = 50\text{cm} / 1.45\text{ms} = 345\text{ m/s}$  となった。また、反射音の波形が入射音とほぼ同じになっているので、圧力波が筒底で自由端反射していることが分かる。パルス音は前述の音作成<sup>1)</sup>で波形を正弦波からパルス波に切り替えて出した。

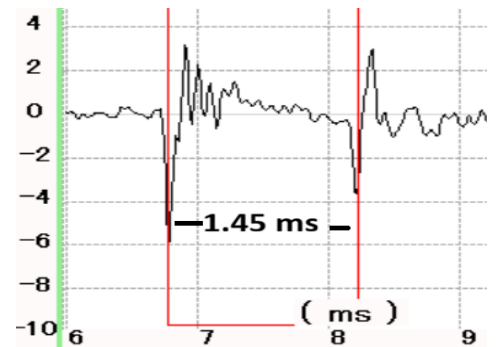


図 4 紙筒入り口音と筒底からの反射音

## 4. 開管の気柱の共鳴の実験

・図 5 のように両端が開いた紙筒（長さ 25.0 cm、半径 1.6 cm）の左端内側にイヤホンを置き、アンプにつなぐ。アンプ入力音作成<sup>1)</sup>で作成した音（正弦波）を用いた。

温度 25℃（音速 345m/s）のとき、イヤホンで出す音の振動数を変えながら、基本振動で共鳴音を探すと 609 Hz 付近であった。（筒内部の筒口付近にマイクを置き最大音を求めた。）また、1218Hz 付近で 2 倍振動の共鳴音が聞こえた。故に音の波長は  $\lambda = v / f = 345 / 609 = 0.5665\text{ m}$  となる。

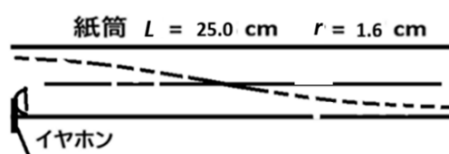


図 5 開管の基本振動

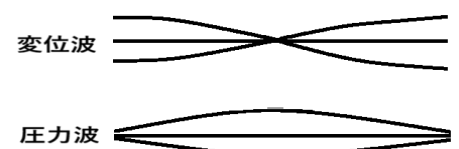


図 6 変位波と圧力波の振幅

開口端補正を  $kr$  とすると  $L+kr+kr=\lambda/2$  なので  $L=25\text{ cm}$ ,  $r=1.6\text{ cm}$ ,  $\lambda=56.65\text{ cm}$  を代入すると  $k=1.0$  となる。すなわちこの筒の開口端補正は  $1.0\text{ }r$  と表せることになる。

この時、紙筒内にできる定常波の変位波と圧力波の振幅を想像して図示したのが図 6 である。

これを確認するために前回の様に筒内にゴム管を入れ、その端を耳に入れ音を聴いた。ゴム管を筒口から中へ入れていくと次第に音が大きくなり、中央で最大になり、また小さくなっていった。図 6 の圧力波を示したことになる。

一方、筒内にこの変位波マイク（速度マイク）を入れて生じる電圧を 300 倍増幅し、自作ソフトの波形表示に入れて波形の振幅を調べた。このマイクを薄い板につけ、イヤホンスピーカーと反対の筒口から 2 cm ずつ動かして波形表示の振幅を調べた結果が図 7 である。図 6 の変位波（中央で最小）を示している。筒の右端にはイヤホンスピーカーがあるのでその音で右端のデータは大きくなっている。

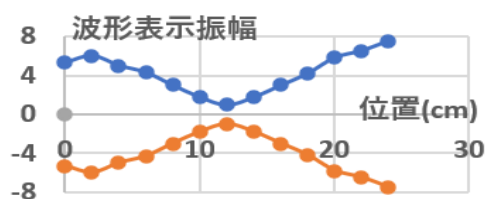


図 7 変位マイクの位置と波形振幅

・次に 2 倍振動にしてみた。

図 8 は 2 倍振動の場合の筒内の空気の変位と圧力の大きさを図示したものである。

基本振動の場合と同様に、変位波マイクを筒内に入れていく。2 cm ずつ動かして波形表示の振幅を調べた結果が図 9 である。

図 8 の変位波（中央で振幅大になる）を示している。右端のデータが大きくなったのは筒

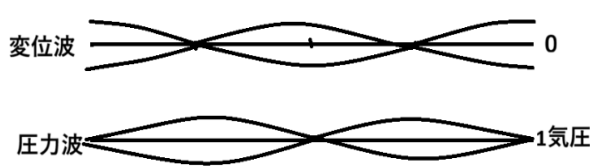


図 8 2 倍振動の変位波と圧力波の振幅

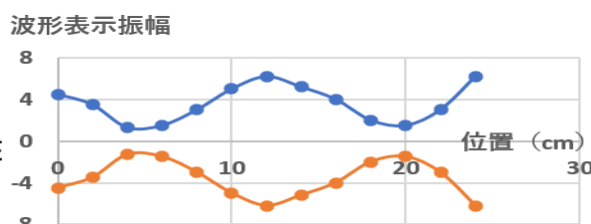


図 9 2 倍振動－変位マイクの波形振幅

右端に置いているイヤホンスピーカーの音を大きく拾ったものと思われる。

## 5. 閉管の気柱の共鳴の実験

筒の右端を厚紙で閉じ、左端筒内部にイヤホン置き音を出す。

3 倍振動で共鳴しているときの筒内の定常波の振幅を想像して図示すると図 10 になる。3 倍振動で共鳴しているときに 変位波マイクを筒内に入れていく。2 cm ずつ動かして波形表示の振幅を調べた結果が図 11 である。図 10 の変位波を示しているが、右方の波形の山が少しつぶれている。何故だろうか。

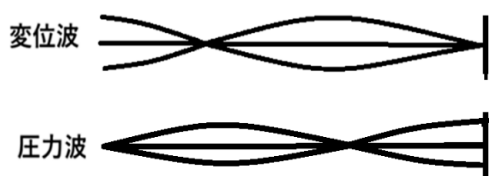


図 10 3 倍振動の変位波と圧力波の振幅

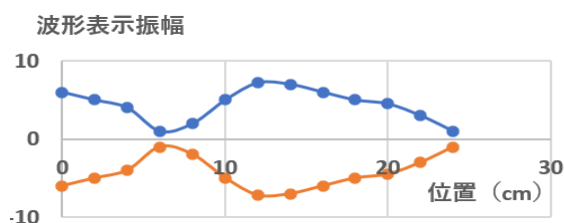


図 11 3 倍振動の波形振幅と位置

## 6. 進行波の変位波と圧力波の関係

スピーカーから 440 Hz の音を出し、その前方 10 cm に変位波マイクと圧力波マイクを置く。この付近を通る音波の変位を  $y-x$  図で示すと図 12 になるとと思われる。図で  $yP$  は圧力波の大きさ、 $yD$  は変位波の変位を示しており、 $yD=0$  の位置で  $yD$  が右上がりになっていれば  $yP$  は最大、右下がりになっていれば  $yP$  は最小になっている。この位置でマイクの出力波形をオシロスコープで見ると図 13 の  $y-t$  図になった。 $yD$  が最大になってから時間が  $1/4$  周期遅れて  $yP$  が最大になっている。 $yP$  の値は  $yD$  より小さいので 2 倍にして表示している。

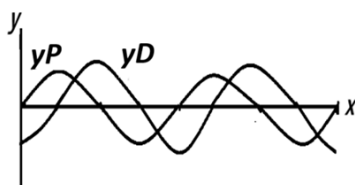


図 12  $yP$  と  $yD$  の  $y-x$  図

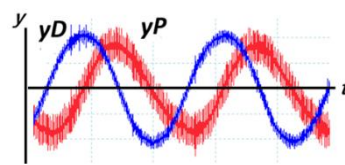


図 13  $yP$  と  $yD$  の  $y-t$  図

## 8 終わりに

変位波マイクと圧力マイクの組み合わせで、音波の表示方法での混乱が解消されることを望みます。また、この紙筒での開口端補正は  $1.0\text{ }r$  となったが他の場合はどうか不明である。